

**PROVA SCRITTA DI INFORMATICA
CONCORSO DI AMMISSIONE
SETTEMBRE 2017**

SCUOLA SUPERIORE
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI UDINE

Esercizio 1. Somma di Cifre. Siano x ed y due numeri naturali con x diverso da 0. Si consideri il problema di determinare quanti numeri naturali di x cifre hanno y come somma delle cifre.

- Si supponga che i numeri siano scritti in base 2. Si calcoli per esempio quanti sono i numeri naturali che scritti in base 2 sono composti da $x = 6$ cifre tali che la somma delle cifre è $y = 3$. Si proponga una soluzione generale per il problema nel caso della base 2.
- Si supponga che i numeri siano scritti in base 10. Si calcoli per esempio quanti sono i numeri naturali che scritti in base 10 sono composti da $x = 4$ cifre tali che la somma delle cifre è $y = 16$. Si scriva un programma efficiente che permetta di calcolare la soluzione nel caso di x e y generici.

Esercizio 2. Poliedri Convessi Regolari. Una formica sta camminando sugli spigoli di un poliedro convesso regolare. La formica non riesce a vedere di che poliedro si tratti, ma dopo aver camminato per un po' di tempo si rende conto di essere in grado di compiere un giro passando su ogni spigolo del poliedro esattamente una volta.

- Ricordando che i poliedri convessi regolari sono tetraedro, cubo, ottaedro, dodecaedro e icosaedro, su quali di questi può trovarsi la formica? Fornire una dimostrazione della risposta.
- Supponiamo ora che la formica sia stata spostata su un poliedro convesso regolare in cui non è possibile completare un giro senza mai ripassare da uno spigolo. Sapendo che ogni spigolo è lungo 1 m quale sarà la lunghezza minima di un giro fatto dalla formica per passare almeno una volta su ogni spigolo? Nel caso ci siano più poliedri su cui potrebbe trovarsi la formica, fornire una risposta per ogni possibile poliedro.

(segue a pagina 2)

Esercizio 3. Poligoni Convessi. Sia S un insieme S di 5 punti nel piano tali che comunque si scelga un sottoinsieme di 3 punti questi risultano non allineati. È possibile dimostrare che esiste sempre almeno un sottoinsieme C di S formato da 4 punti che sono vertici di un poligono convesso. (*Happy Ending Problem*)

Si assuma di avere a disposizione una procedura che dato un insieme di punti ne determina l'involuppo convesso (ne determina i vertici) e una procedura che dato un poligono convesso (dati i suoi vertici) e un punto consente di decidere se il punto è esterno o interno al poligono. Scrivere un programma che dato S individui almeno un sottoinsieme C con le caratteristiche di cui sopra.

Esercizio 4. Numeri Assenti. Sia n un numero naturale nell'intervallo $[3, 1000]$. Si consideri un vettore di lunghezza $n - 2$ contenente numeri naturali strettamente minori di n e privo di ripetizioni.

- Scrivere un programma che permetta di determinare i 2 numeri naturali minori di n che non compaiono nel vettore utilizzando al più una variabile ausiliaria intera ed effettuando il minor numero possibile di operazioni di base (confronti, operazioni aritmetiche, assegnamenti). È consentito modificare il vettore.
- Scrivere un programma che permetta di determinare i 2 numeri naturali minori di n che non compaiono nel vettore senza mai modificare il vettore, senza utilizzare vettori ausiliari, utilizzando una quantità di variabili ausiliarie intere limitata (meno di 6) ed effettuando il minor numero possibile di operazioni di base.

Indicazioni Generali. La descrizione dei metodi va fatta spiegando prima di tutto a parole le idee di base e poi fornendo una descrizione più formale degli stessi. Tale descrizione può essere fatta nel formalismo che si ritiene più opportuno. È possibile utilizzare un linguaggio di programmazione standard. Nel presentare i programmi si possono tralasciare dettagli non centrali, quali l'acquisizione dei dati, la stampa dei risultati, il controllo della consistenza dei dati in ingresso. Si raccomanda comunque di commentare il codice proposto.